**Рішення гіперболічних змішаних задач**

**Поперечна хвиля** — хвиля, у якій коливання відбуваються в площині, перпендикулярній до напрямку поширення.

Хвиля, у якій коливання паралельні напрямку руху, називається **поздовжньою**.

**Задача про подовжні коливання пружного стрижня**

Пружний прямолінійний стержень виведений із стану спокою тим, що його поперечним перерізам у момент часу t=0 повідомлені малі подовжні зміщення і швидкості. Припускаючи, що поперечні перерізи стержня увесь час залишаються плоскими, знайти зміщення поперечних перерізів впродовж часу t, якщо густина маси ro, коефіцієнт пружності k , а T – час, за який точка х0=l/2 двічі проходить через положення рівноваги.

Цей процес описується наступним гіперболічним рівнянням:



де u(x,t)- зміщення перерізу, що має координату x в стані рівноваги, у момент часу t відносно цього положення, a2=k/ro - швидкість поширення збурень в пружному стержні.

Лівий кінець стержня закріплений. У початковому стані стержень був розтягнутий постійною за величиною силою F, прикладеною до його правого кінця. Початкові зміщення стержня можна визначити з рівняння:



В початковий момент весь стержень був нерухомий, тобто швидкість кожного його перерізу рівна нулю



Лівий кінець стержня закріплений, а правий кінець звільняється у момент t=0, таким чином крайові умови мають вигляд для t>0:

u(0,t)=0, 

**Різницеві рівняння задачі**

Апроксимуємо диференційне рівняння завдання явною тришаровою різницевою схемою з кроками h =l/ (M - 1), де M - число вузлів сітки по осі x, і крок по осі t.

**Явна схема:**

 0<m<M, k=1,2,...

**Неявна схема:**



Поч умови:



Крайові умови:



**Алгоритм чисельного рішення**

**Явна схема**, формули для розрахунків:



необхідно знати значення шуканої функції на двох початкових часових шарах. Значення шуканої функції на нульовому часовому шарі задані першою початковою умовою. Значення її на першому часовому шарі знаходяться з апроксимації другої початкової умови. Розрахунки за явною різницевою схемою будуть стійкими при виконанні умови:



**Неявна схема**



Для рішення цієї системи можна використовувати метод прогонки.

Так як у системі не врахований опір, то коливання будуть не затухаючі.

**Малі поперечні коливання струни**

Малі вільні коливання струни описуються таким же диференційним рівнянням, що і подовжні коливання стержня



де u(x,t)- відхилення точки струни з координатою x у момент часу t від положення рівноваги,  - швидкість поширення обурень уздовж струни, T0 - натяг струни, ρ – густина її матеріалу.

Таку задачу можна вирішити такими самими методами, як і попередню.

неявна схема апроксимує початкове диференційне рівняння з першим порядком по часовому кроку t , а явна схема з другим порядком по t. Таким чином, явна схема є точнішою і в ній майже не проявляється різницева "в'язкість", а в неявній вона проявляється настільки сильно, що спотворює дійсний фізичний процес.